

# Platonische Körper

## Allgemeines über Platonische Körper

Schon seit der Antike ist bekannt, dass es nur fünf räumliche Körper mit folgenden Eigenschaften gibt:

- Alle Seitenflächen bestehen aus kongruenten (d. h. deckungsgleichen) regelmäßigen Polygonen.
- In allen Ecken stoßen gleich viele Seitenflächen (bzw. Kanten) zusammen.

Der Beweis für diese Tatsache ist relativ einfach:

- Es ist klar, dass bei einem räumlichen Körper in jeder Ecke mindestens drei Seitenflächen zusammenstoßen müssen. Zudem ist die Winkelsumme in jeder Ecke kleiner als  $360^\circ$ . (Bei exakt  $360^\circ$  würden die Seitenflächen in einer Ebene liegen - es entstünde kein räumlicher Körper; bei mehr als  $360^\circ$  ließen sich die Seitenflächen gar nicht mehr zusammenfügen.)

- Jetzt geht es nur noch darum, die verschiedenen Fälle durchzuprüfen:

Anzahl Polygone	Dreiecke	Quadrate	Fünfecke	Sechsecke
3	$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$ <b>Tetraeder</b>	$3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$ <b>Würfel</b>	$3 \cdot 108^\circ = 324^\circ$ <b>Dodekaeder</b>	$3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ ---
4	$4 \cdot 60^\circ = 240^\circ$ <b>Oktaeder</b>	$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$ ---		
5	$5 \cdot 60^\circ = 300^\circ$ <b>Icosaeder</b>	$5 \cdot 90^\circ = 450^\circ$ ---		
6	$6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$ ---			

Es gibt also genau fünf platonische Körper:

Tetraeder:



Hexaeder (Würfel):



Oktaeder:



Dodekaeder:



Icosaeder:



## Das Flechten von Platonischen Körpern

Üblicherweise werden räumliche Körper mit Hilfe eines passenden Netzes hergestellt. Das Netz wird auf Papier gezeichnet, ausgeschnitten und gefaltet. Am Schluss werden die Kanten verklebt.

Ich möchte hier eine andere Variante zeigen: Das Flechten von Platonischen Körpern. Mit drei bis sechs Papierstreifen werden die Körper zusammengeflechten. Sie werden sehr stabil, obwohl keinerlei Klebstoff benötigt wird. Zudem verleihen die verschiedenen Farben den Körpern ein äußerst attraktives Aussehen. Voraussetzung sind Geduld und exaktes Arbeiten.

### Vorbereitungen

Zuerst gilt es, die nötigen Streifen auszuschneiden (siehe Kopiervorlage). Das Papier sollte möglichst etwas dicker sein als normales Kopierpapier (z. B. 160  $\frac{g}{m^2}$ ). Es ist als dickes Kopierpapier in vielen Farben günstig in einem Copyshop erhältlich.

Die nachfolgende Tabelle gibt darüber Auskunft, welche Streifen für welchen Körper verwendet werden müssen:

<b>Körper</b>	<b>Form eines Streifenelements*</b>	<b>Anzahl Streifenelemente</b>	<b>Anzahl Streifen pro Körper</b>
<i>Tetraeder</i>	$\frac{2}{3}$ eines gleichseitigen Dreiecks	6	3
<i>Würfel</i>	$\frac{2}{4}$ eines Quadrats	8	4
<i>Oktaeder</i>	$\frac{2}{3}$ eines gleichseitigen Dreiecks	8	4
<i>Dodekaeder</i>	$\frac{2}{5}$ eines gleichseitigen Fünfecks	12	6
<i>Ikosaeder</i>	$\frac{2}{3}$ eines gleichseitigen Dreiecks	12	6

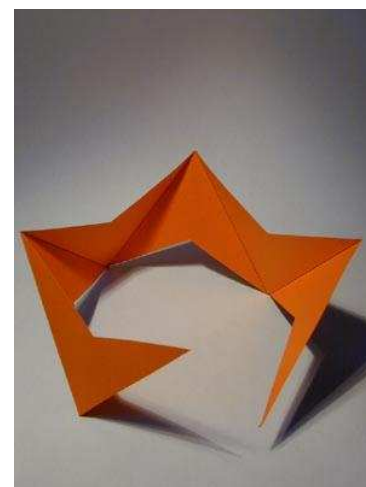
\* Die Streifenelemente ergeben sich immer aus zwei benachbarten Dreiecken, die aus zwei nebeneinander liegenden Eckpunkten und dem Mittelpunkt (Schwerpunkt) des Polygons gebildet werden. Sie sind folglich immer Vierecke aus zwei Polygonseiten und zwei Verbindungslinien von einer Ecke zum Mittelpunkt.

Nach dem Kopieren geht es ans **Ausschneiden**. Das folgende Bild zeigt einen fertigen Streifen für ein Tetraeder:



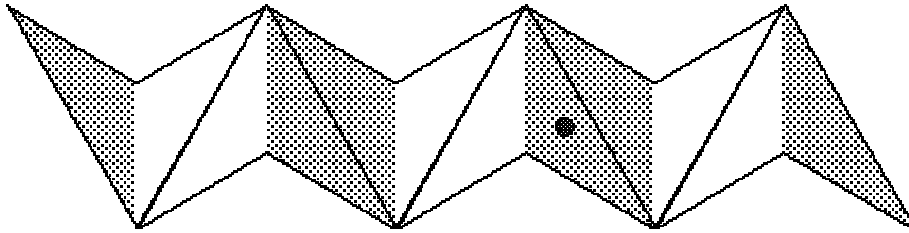
Jetzt werden die Kanten **gefalzt**. Dies sollte möglichst gut und exakt gemacht werden. Erstens geht das Flechten dann leichter, und zweitens sieht der fertige Körper schöner aus.

Damit die Linien der Kopie am Schluss nicht sichtbar sind, wird diese Seite **nach innen** gefaltet.

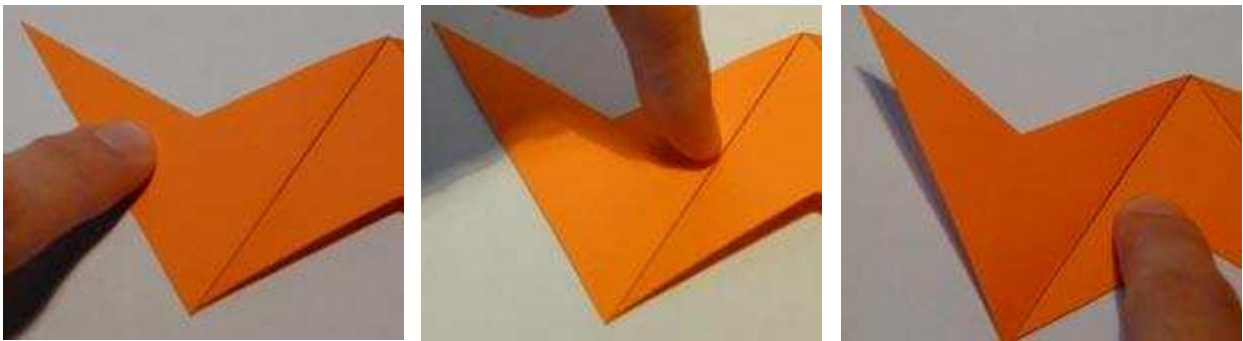


## Das Flechten

Es ist ganz wichtig, das Flechten richtig zu beginnen. Denn am Schluss sollen alle Zipfel an den Streifenenden im Innern der Körper verschwinden und nicht vorstehen. Beachten Sie dazu die folgende Grafik, die einen Tetraederstreifen zeigt:



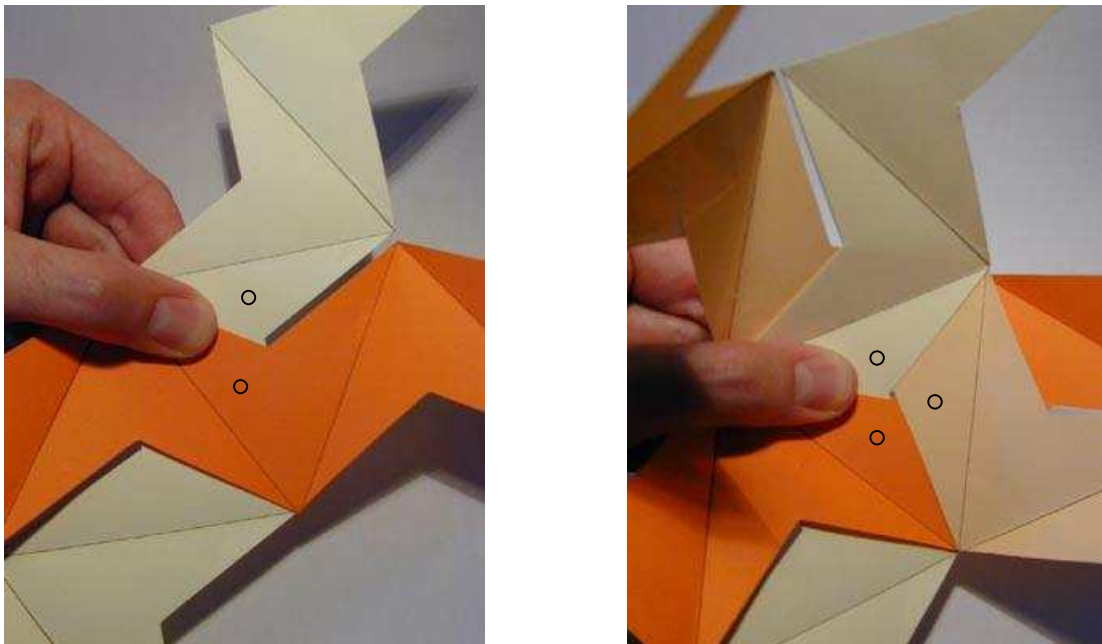
Alle schraffierten Teile sind am Schluss im Innern des Körpers und damit unsichtbar. Hier die zugehörige Fotosequenz:



*Linkes Bild: Der äußerste Zipfel soll am Schluss verschwinden, wird also unsichtbar sein.*

*Mittleres Bild, rechtes Bild: Diese Teile müssen folglich außen sichtbar bleiben, ebenso natürlich die vorgefaltete Kante. Noch genauer formuliert: Sichtbar wird nicht die Seite, die jetzt im Bild zu sehen ist, sondern die Rückseite.*

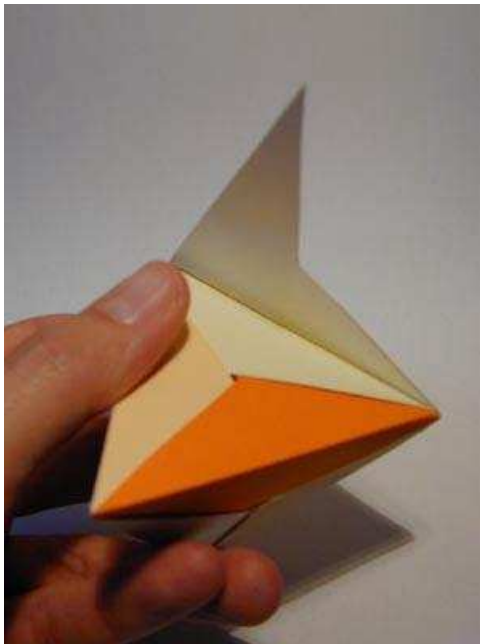
Von diesen Streifen benötigen Sie für ein Tetraeder drei Stück. Fügen Sie diese nun so zusammen, dass die erste Seitenfläche durch Streifenelemente mit den Markierpunkten entsteht. Wenn Sie es richtig machen, so sollten Sie alle Punkte nach dem Zusammenfügen noch sehen.



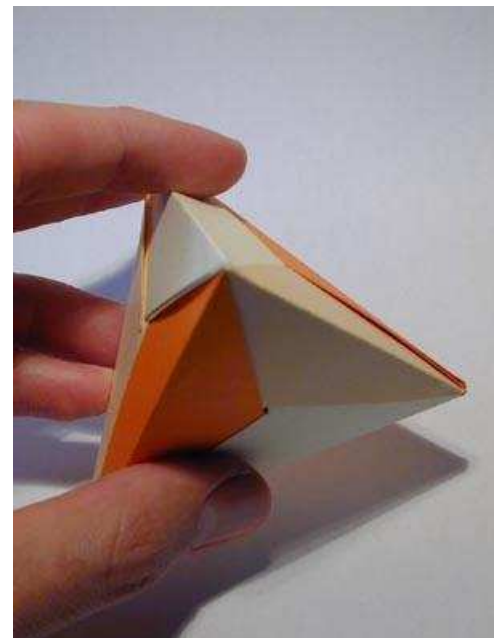
*Der Anfang ist gemacht. Wer zuwenig Hände hat, kann sich mit Büroklammern (oder auch Klebestreifen) behelfen.*

Nun können die Kanten der ersten fertigen Seitenfläche hochgebogen werden. Es wird dann klar, welche Streifen bzw. Streifenteile die angrenzenden Seitenflächen bilden. Flechten Sie die Streifen gleichmäßig ein, zuerst die langen, dann die kurzen. Es ergibt sich eine Seite nach der anderen.

Beim oberen Bild sind bereits drei Seiten geflochten, nur noch eine fehlt zum fertigen Tetraeder. Die Streifen sind offensichtlich etwas zu lang, d. h. gewisse Teile werden doppelt geflochten. Dies erhöht die Stabilität des fertigen Körpers erheblich.



Der magische Moment:  
Nur noch ein Zipfel  
ist einzuflechten.  
Jetzt zeigt es sich,  
ob am Anfang  
die ersten beiden Streifen  
auch richtig zusammen-  
gefügt wurden.



Fertig!

Bei Platonischen Körpern mit vier oder sechs Streifen behilft man sich am besten mit Büroklammern (oder Klebestreifen), um bereits geflochtene Teile zu sichern. Beim Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder werden nicht alle Streifen von Anfang an verwendet. Sie werden nach und nach eingeflochten. Alles andere läuft im Prinzip gleich, wenn auch der Aufwand mit steigender Streifenzahl zunimmt.

Wie lange dauert das Flechten eines Tetraeders? Geübte benötigen mit vorbereiteten Streifen wenige Minuten. Beim ersten Mal dauert es natürlich etwas länger (mit allen Vorbereitungen ca. 30 Minuten). Aber das Resultat entschädigt für die Anstrengungen!

Die Zeit für ein Ikosaeder? Reservieren Sie sich beim ersten Mal am besten gleich einen ganzen Abend!

*Tipp:* Weitere Informationen und Bastelanleitungen (z. B. auch für die **Archimedischen Körper** oder für **Sternkörper**) findet man z. B. im Internet.