Lösungen der 1. Serie

Kl. 5 - 2019 / 2020

Zur Information:

Die Aufgaben der ersten Serie waren durchaus knifflig. Wir finden es prima, dass du dich trotzdem an sie herangewagt und dich mit ihnen beschäftigt hast. Sehr viele Schüler haben beachtlich hohe Punktzahlen erzielt, z. B. haben immerhin 54 der 92 Teilnehmer mindestens 17 der 20 Punkte erreicht. Aber auch diejenigen, bei denen die Punkteausbeute vielleicht nicht ganz so hoch war wie aus dem Unterricht gewohnt, sollten den Kopf nicht hängen lassen.
Arbeite bitte auch die angegebenen Lösungsvorschläge durch. Sie sollen dir helfen, bestimmte Herangehensweisen an mathematische Fragestellungen kennenzulernen. Volle Punktzahl kann bei einer Aufgabe nur erzielt werden, wenn die Lösungen und der Lösungsweg ***vollständig, nachvollziehbar*** *und* ***übersichtlich*** *dargestellt und die einzelnen Teilschritte exakt* ***begründet*** *worden sind.*

Aufgabe 1: (4 Punkte)

a) $111 - 11 = 100$ b) $3 \bullet 33 + 3 \div 3 = 100$ c) $5 \bullet (5 + 5 + 5 + 5) = 5 \bullet 5 \bullet 5 - 5 \bullet 5 = 5 \bullet 5 \bullet (5 - 5 \div 5) = 100$

d) $9 \bullet 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 98 + 7 - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 - 1 = 98 - 7 - 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100$ (z. B.)

Hier noch einige weitere mögliche Lösungen zu d):

$187 - 96 + 2 \bullet 5 + 3 - 4 = 89 + 1 + 2 \bullet 5 + 7 + 3 - 6 - 4 = 64 + 37 + 9 - 8 - 5 + 2 + 1 = 196 - 87 - 2 \bullet 5 + 4 - 3 = 100$

$187 - 96 + (4 + 5) \bullet (3 - 2) = 98 - 34 + 6 \bullet 5 + 7 - 2 + 1 = 46 + 37 + 9 + 8 \div 2 + 5 - 1 = 783 \div 9 + (6 - 4) \bullet 5 + 2 + 1 = 100$

$(9 \bullet 8 - 7 \bullet 6) \bullet 3 + 5 + 4 + 2 - 1 = (9 - 8) \bullet 67 + 35 \bullet 1 - 4 + 2 = 46 + 37 + 8 + 2 \bullet (9 - 5) + 1 = 378 \div 9 + 56 \bullet 1 + 4 - 2 = 100$

$(9 \bullet 8 - 7 \bullet 6) \bullet 3 + 5 \bullet 4 \div 2 \bullet 1 = 9 \bullet 8 + 6 \bullet 4 + 7 - 5 + 3 - 2 + 1 = (84 \div 12) \bullet 9 + 7 \bullet 5 + 6 \div 3 = 986 - 754 - 132 = 100$

Aufgabe 2: (8 Punkte)

a) Wenn man die drei vorgegebenen Teilsummen addiert ($26 + 24 + 28 = 78$), erhält man gerade das Doppelte der gesuchten Summe, weil jedes Alter genau zweimal gezählt worden ist. Die drei Kinder sind also zusammen **39 Jahre** alt. *Und so schreibt das ein Mathematiker gern auf:*

(1) $A + B = 26$
(2) $B + C = 24$
(3) $A + C = 28$

Die Addition der Gleichungen (1), (2), (3) ergibt:

$(A + B) + (B + C) + (A + C) = 2 \cdot A + 2 \cdot B + 2 \cdot C = 2 \cdot (A + B + C)$

$\Rightarrow \mathbf{A + B + C} = \frac{1}{2} \cdot [(A + B) + (B + C) + (A + C)] = \frac{1}{2} \cdot (26 + 24 + 28) = \frac{1}{2} \cdot 78 \; \underline{\underline{\mathbf{= 39}}}$

b) Ausgehend vom Ergebnis bei a) ist es nun leicht, die drei einzelnen Alter zu bestimmen: Wegen $C = (A + B + C) - (A + B)$ ist Christian $39 - 26 =$ **13 Jahre** alt, wegen $A = (A + B + C) - (B + C)$ ist Alexander $39 - 24 =$ **15 Jahre** alt und wegen $B = (A + B + C) - (A + C)$ ist Björn (erst) $39 - 28 =$ **11 Jahre** alt.

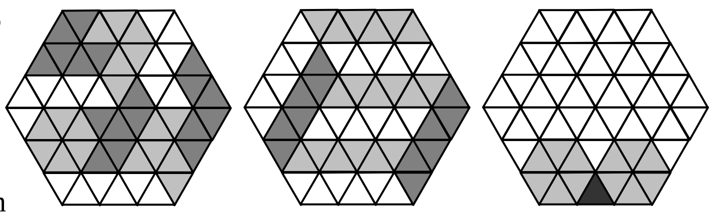
<u>Alternativer Lösungsweg</u>: *Durch Vergleich der ersten beiden Aussagen kann man schlussfolgern, dass Alexander zwei Jahre älter sein muss als Christian. Wenn man dies berücksichtigt, kann man aus der dritten Aussage ableiten, dass Alexander 15 Jahre und Christian 13 Jahre alt sein muss. Das Alter von Björn ist anschließend leicht zu ermitteln.*

Mit Termen und Gleichungen kann man das so ausdrücken: Subtrahiert man Gleichung (2) von Gleichung (1), so erhält man $(A + B) - (B + C) = A - C = 26 - 24 = 2$ und daraus Gleichung (4): $A = C + 2$. Einsetzen von Gleichung (4) in Gleichung (3) ergibt $(C + 2) + C = 28$, woraus $2 \cdot C = 26$ und schließlich $C = 13$ folgt. Damit ergibt sich dann aus (4) oder (3) $A = 15$ und aus (2) $B = 11$. Eine Probe in (1) ist möglich...

Aufgabe 3: (8 Punkte)

a) In der linken Abbildung sind alle 9 möglichen Figuren innerhalb des gesuchten Sechsecks sichtbar. Es ist nicht die einzige Lösungsmöglichkeit. *(Tipp: Verschenke doch ein selbstgebasteltes Puzzle zur nächsten Geburtstagsfeier!)*

b) Eine Lösung für eine mögliche Figur ist in der mittleren Abbildung angegeben.



Unmöglich ist z. B. das Legen eines großen Sechsecks mit neun regelmäßigen Sechseckfiguren. Begründung: Je eine Figur müsste in die Ecken des großen Sechsecks gelegt werden, dann bleibt jedoch das kleine Dreieck dazwischen frei (siehe rechte Abbildung).