

Aufgabe 1: (7 Punkte)

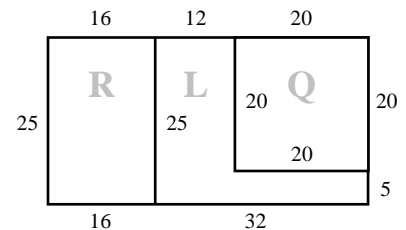
(In der folgenden Darstellung sind die Einheiten m bzw. m² weggelassen.)

- (1) Flächeninhalt des Quadrats: $A_Q = 20^2 = 400$ ($= A_R = A_L$)
- (2) Zweite Seitenlänge (Höhe h_R) des Rechtecks R: $h_R = A_R : 16 = 400 : 16 = 25$ (= Höhe h_L der L-Fläche)
- (3) $A_{L+Q} = 800 = 25 \cdot b_L \Rightarrow b_L = 32$ (Breite b_L der L-Fläche)
 oder: $A_{ges} = 3 \cdot 400 = 1200 \Rightarrow b_{ges} = A_{ges} : h_R = 1200 : 25 = 48$ (Breite b_{ges} des großen Rechtecks)

=> Umfänge der drei einzelnen Gehege (nicht unbedingt benötigt):
 $u_R = 2 \cdot (16 + 25) = 82$; $u_L = 2 \cdot (32 + 25) = 114$; $u_Q = 4 \cdot 20 = 80$

=> Gesamt-Zaunlänge: $3 \cdot 25 + 2 \cdot 48 + 2 \cdot 20 = 75 + 96 + 40 = 211$
 (davon 144 außen, 65 innen)

Es wurden **211 Meter** Zaun für das Abstecken dieser drei Gehege benötigt.



Aufgabe 2: (4 Punkte)

Nein, es sind natürlich nicht sechs Meter! Dieses Ergebnis wäre richtig, wenn sich nur eine der drei Zahlen (entweder die Anzahl der Zwerge oder die Anzahl der Tage oder die Anzahl der Arbeitsstunden pro Tag) von 7 auf 6 geändert hätte. Da sich jedoch alle drei Zahlen verringert haben, schaffen die sechs Zwerge dann nur noch $\frac{6}{7}$ von $\frac{6}{7}$ von $\frac{6}{7}$ von 7 m, also $\frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot 7 \text{ m} = \frac{36}{49} \cdot 6 \text{ m} = \frac{216}{49} \text{ m} \approx \underline{4,41 \text{ m}}$. (Runde auf sinnvolle Genauigkeit!)

Alternativ: Wir bestimmen die Arbeit (hier in Metern gemessen), die ein Zwerg in einer Stunde verrichtet:

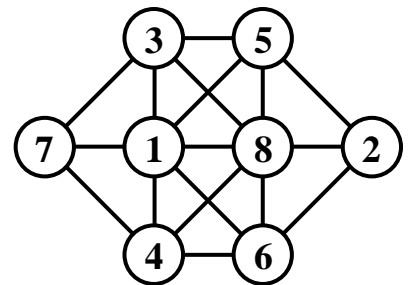
$$\frac{7 \text{ m}}{7 \text{ Zwerge} \cdot 7 \text{ Arbeitstage} \cdot 7 \frac{\text{h}}{\text{Arbeitstag}}} = \frac{1}{49} \frac{\text{m}}{\text{Zwerg} \cdot \text{h}}$$

Somit schaffen sechs Zwerge in sechs Tagen, an denen sie je sechs Stunden arbeiten,

$$6 \text{ Zwerge} \cdot 6 \text{ Arbeitstage} \cdot 6 \frac{\text{h}}{\text{Arbeitstag}} \cdot \frac{1}{49} \frac{\text{m}}{\text{Zwerg} \cdot \text{h}} = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{49} \text{ m} = \frac{216}{49} \text{ m} = 4 \frac{20}{49} \text{ m} \approx 4,41 \text{ m}.$$

Aufgabe 3: (9 Punkte)

- a) Angegeben ist eine mögliche Lösung. Weitere Lösungen findet man durch horizontale oder/und vertikale Spiegelung (siehe unten).
- b) Folgende systematische Überlegungen kann man anstellen:



Die beiden Kreise in der Mitte haben Verbindungen zu jeweils sechs Kreisen. Deshalb kommen hierfür nur die Zahlen 1 und 8 in Frage, weil sich nur bei diesen Zahlen jeweils sechs Zahlen finden lassen, die nicht Vorgänger oder Nachfolger sind.

Weiterhin folgt, dass die 2 außen neben der 8 und die 7 außen neben der 1 stehen müssen, weil die beiden Außenfelder links und rechts als einzige nicht zu beiden Mittelfeldern eine Verbindung haben.

Die 3 kann nun noch an genau zwei möglichen Stellen eingetragen werden, nämlich entweder oberhalb oder unterhalb der 1, andernfalls hätte sie eine direkte Verbindung zur 2. Die 6 darf nicht neben die 3, weil sonst die 4 und die 5 benachbart wären. Die 6 darf aber auch keine direkte Verbindung zur 7 haben, somit gibt es nur noch eine mögliche Position für die 6. Ebenso bleibt nur noch eine Möglichkeit für die Eintragung der restlichen Zahlen 4 und 5.

Man hat also beim Eintragen genau zweimal eine Wahl: Die 1 und die 8 können getauscht werden, und die 3 kann an zwei verschiedenen Stellen eingetragen werden - alle anderen Eintragungen ergeben sich zwingend und eindeutig.

Damit gibt es insgesamt $2 \cdot 2 = \underline{4}$ **verschiedene Lösungen** für dieses Rätsel.

