Lösungen der 1. Serie

Kl. 6 - 2017 / 2018

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Wenn wir die unbekannte ursprüngliche Gesamtgeldmenge mit X bezeichnen, dann setzt sich diese aus $^5/_6$ X in Münzen und $^1/_6$ X in Scheinen zusammen. Vom Münzgeld wird nun ($^2/_3 \cdot {}^5/_6$ X =) $^5/_9$ X ausgegeben, es bleibt also ($^1/_3 \cdot {}^5/_6$ X =) $^5/_{18}$ X Münzgeld übrig. Die neue Gesamtgeldmenge beträgt somit ($^5/_{18}$ X + $^1/_6$ X =) $^8/_{18}$ X, und daran beträgt der Münzanteil ($^{5/18\,X}/_{8/18\,X}$ =) $\mathbf{^5/_8}$. Man kann auch mit einem konkreten Beispiel arbeiten: Angenommen, es waren zu Beginn insgesamt X = 90 €. Dann setzen sich diese 90 € aus ($^5/_6 \cdot 90$ € =) 75 € in Münzen und ($^1/_6 \cdot 90$ € =) 15 € in Scheinen zusammen. Vom Münzgeld wird nun ($^2/_3 \cdot 75$ € =) 50 € ausgegeben, es bleibt also ($^1/_3 \cdot 75$ € =) 25 € Münzgeld übrig. Die neue Gesamtgeldmenge beträgt somit (25 € + 15 € =) 40 €, und daran beträgt der Münzanteil ($^{25\,€}/_{40\,€}$ =) $\mathbf{^5/_8}$.

Oder so: Teilen wir das ursprüngliche Geld in 18 gleich große Teilsummen auf (die Münzenteile werden mit M und Scheine mit S bezeichnet), dann war der ursprüngliche Zustand: 15M und 3S. Wenn ich zwei Drittel meines Münzvorrates ausgab (also 10M), dann ist der neue Zustand: 5M und 3S. Jetzt kann man erkennen, dass der Anteil der Münzen nun **fünf Achtel** von der (neuen) Gesamtgeldmenge beträgt.

Aufgabe 2: (10 Punkte)

a) Es gibt 4 einstellige Möglichkeiten. Bei den zweistelligen Zahlen kann an der Zehnerstelle eine der Ziffern 2; 4; 8 stehen. Zu jeder dieser 3 Zehnerziffern kann man die Einerziffer aus 3 Möglichkeiten wählen (die bereits gewählte Zehnerziffer scheidet aus). Insgesamt gibt es also 3 · 3 = 9 zweistellige Zahlen. Die dreistelligen Zahlen erhält man aus den zweistelligen, indem eine weitere Ziffer hinten angehängt wird. Da bereits zwei Ziffern „verbraucht" sind, kann man noch jeweils eine von 2 möglichen Ziffern anhängen (3 · 3 · 2 = 18 Möglichkeiten). Ebenso groß ist die Anzahl der möglichen vierstelligen Zahlen, weil sich die letzte Ziffer jeweils zwingend ergibt. Man erhält somit insgesamt **49** mögliche Zahlen mit den geforderten Eigenschaften. (4 + 9 + 18 + 18 = 49).

b) Von diesen insgesamt 49 Zahlen sind **11** Zahlen durch 12 teilbar. Man ermittelt diese Anzahl günstig durch systematisches Zählen und Anwenden der Teilbarkeitsregel: Eine Zahl ist genau dann durch 12 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist. Zuerst ermittelt man für jede Stellenzahl die durch 3 teilbaren Kandidaten (bei denen also die Quersumme durch 3 teilbar ist). Anschließend prüft man diese auf Teilbarkeit durch 4, ob also die aus den letzten beiden Ziffern gebildete zweistellige Zahl durch 4 teilbar ist.

	Anzahl gesamt	**Durch 12 teilbar**	Begründung / Bemerkung
Einstellig:	4	1	Durch 3 teilbar ist nur die Null, sie ist auch durch 12 teilbar.
Zweistellig:	3 · 3 = 9	3	Die Zahlen 24; 42; 48; 84 sind durch 3 teilbar - davon die 42 aber nicht durch 12.
Dreistellig:	3 · 3 · 2 = 18	7	4 Variationen von 408, davon sind alle 4 durch 12 teilbar (408; 480; 804 und 840) 4 Variationen von 204, davon sind aber nur 3 durch 12 teilbar (204; 240 und 420)
Vierstellig:	3 · 3 · 2 · 1 = 18	0	Die Quersumme ist 14 und somit nicht durch 3 teilbar.
Insgesamt:	**49**	**11**	11 = 1 + 3 + 7 + 0

Aufgabe 3: (8 Punkte)

Diese Aufgabe lässt sich gut mit Hilfe einer Tabelle lösen: Aus der Aussage (1) folgt, dass R nicht aus Magdeburg ist - deshalb erscheint eine „1" an dieser Stelle in der Tabelle. (Analog trägt man die Zahlen 3; 4; 5; 6; 7 und 9 in die Tabelle ein.)

	B	C	D	H	L	M	(Beruf)
R	X	4	1 & 3	-	1 & 5	1	Arzt
S	-	6 & 9	2 & 8	-	X	6	Lehrer
T	7	9	3	X	3 & 5	1 & 3	Polizist
U	-	-	X	-	-	-	Polizist
V	-	X	3 & 5	-	5	1 & 5	Lehrer
W	-	-	2 & 8	-	-	X	Arzt

Wenn man sich die Aussagen (1) und (3) ansieht, wird klar, dass R auch nicht aus Dresden und T nicht aus Magdeburg sein können (Berufe!). Deshalb erscheinen in der Tabelle die Symbole „1 & 3" (analog „3 & 5" und „1 & 5").

Nach (2) und (8) ist klar, dass weder S noch W aus Dresden kommen; und nach (6) und (9) folgen weitere Ausschlüsse (Zielort!).

Nachdem all das in der Tabelle erschienen ist, bleibt in der Spalte Dresden nur noch eine Möglichkeit offen, also kommt U aus Dresden (gekennzeichnet durch ein „X"). Anschließend kann man in der Zeile U alle anderen Möglichkeiten ausschließen (durch ein „-"). Damit ergibt sich, dass W aus Magdeburg kommen muss (usw.) *(Auch andere Schluss-Reihenfolgen sind möglich, z. B. zuerst T aus H, dann R aus B, dann S aus L usw.)*

Die „X" in der Tabelle geben nun also die richtigen Kombinationen an, in der letzten Spalte stehen die zugehörigen Berufe.

Aufgabe 4: (10 Punkte)

	1. Sohn	**2. Sohn**	**3. Sohn**	**Summe** = Hausnummer
1.	1	1	36	38
2.	1	2	18	21
3.	1	3	12	16
4.	1	4	9	14
5.	1	6	6	**13**
6.	2	2	9	**13**
7.	2	3	6	11
8.	3	3	4	10

Nach dem ersten Hinweis von Frau Schmidt zerlegte der Briefträger die Zahl 36 in drei Faktoren. Es gibt dafür 8 verschiedene Möglichkeiten, die man systematisch aufschreiben sollte, um den Überblick zu behalten und keine zu vergessen (siehe Tabelle, Spalten 1 bis 4).

Man kann nun zu jeder Variante die potentielle Hausnummer berechnen (siehe Spalte 5). In fast allen Fällen hätte der Briefträger dann sofort die drei Alter nennen können, weil es die jeweilige Summe nur bei einer einzigen Variante gibt. Nur wenn die Hausnummer 13 wäre, dann wüsste der Briefträger die Lösung noch nicht, da die 13 als Summe zweimal vorkommt. Weil der Briefträger tatsächlich noch einen weiteren Hinweis benötigte, muss die Hausnummer 13 sein - es kommen also nur noch die Varianten 1/6/6 und 2/2/9 in Frage.

Nach dem letzten Hinweis scheidet auch die Variante 1/6/6 aus, weil es ja einen eindeutig Ältesten geben soll (keine zwei sechsjährigen, also gleichaltrigen Zwillinge).

Demzufolge sind die gesuchten Alter 2; 2 und 9 Jahre; und die Hausnummer lautet 13.