Lösungen der 2. Serie

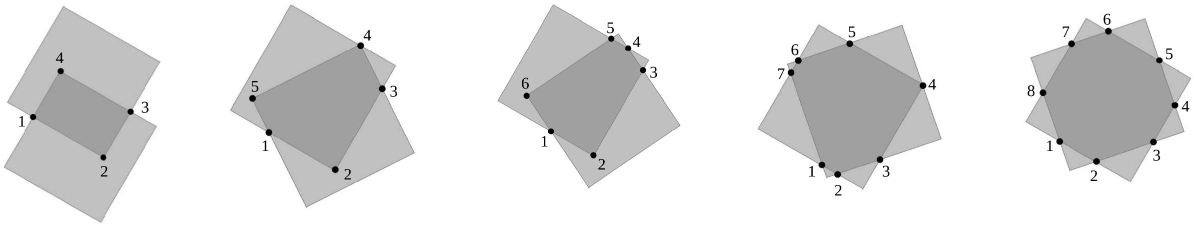
Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) *(Vorüberlegung: Die Steine reichen bei jeder Farbe, denn es werden jeweils höchstens 24 von 30 Steinen entnommen.)*
Es gibt nur 10 mögliche Farb-Kombinationen: 123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 345 (die fünf Farben sind hier mit 1 bis 5 nummeriert). Weil es aber mehr Schüler gibt, muss mindestens eine dieser Kombination mehrfach gewählt worden sein. Es gibt also mit Sicherheit Schüler, die Steine in den gleichen drei Farben genommen haben.

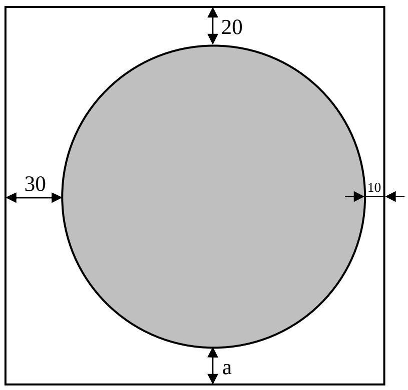
b) Natürlich könnte man diese Teilaufgabe lösen, indem man eine Vielzahl von Möglichkeiten aufzählt. Das ist jedoch ziemlich aufwändig, deshalb ist hier ein eleganterer Lösungsweg anzustreben - das *Kombinatorische Zählen*:
Unten können fünf verschiedene Farben sein. Dann kommen für den mittleren Stein aber nur noch vier Farben in Frage, denn der mittlere Stein muss eine andere Farbe als der untere haben. Dementsprechend gibt es dann noch drei Möglichkeiten für den oberen Stein. Das Produkt $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ ergibt die Anzahl der möglichen Variationen, also die Anzahl verschiedener möglicher Farb-Reihenfolgen (von unten nach oben). Damit ist die maximale Anzahl unterschiedlicher Türme größer als die Schülerzahl - also könnte es durchaus sein, dass alle 24 Türme unterschiedlich aussehen.

*Alternativ: Zu jeder der 10 möglichen Farb**kombinationen** (**ohne** Berücksichtigung der Reihenfolge) bei a) gibt es 6 mögliche Farbreihenfolgen (z. B. bei 123 auch 132, 213, 231, 312 und 321). Somit gibt es insgesamt $10 \cdot 6 = 60$ mögliche **Variationen** (**mit** Beachtung der Farbreihenfolge), also sind 60 unterschiedliche Türme möglich.*

Aufgabe 2: (7 Punkte)



Aufgabe 3: (6 Punkte)



Drei mögliche Fälle können die Bedingungen der Aufgabe erfüllen (abhängig davon, welche zwei Entfernungen gegenüberstehen). In der Abbildung ist der erste Fall dargestellt:

Da der Durchmesser eines Kreises sowohl in der senkrechten als auch in der waagerechten Richtung gleich lang (und der Tisch quadratisch) ist, können wir folgende Beobachtungen machen: Wenn wir im ersten Fall in der waagerechten Richtung zu dem Durchmesser des Kreises 10 cm und 30 cm addieren, bekommen wir die 2,00 m Seitenlänge des Tisches. In der senkrechten Richtung müssen wir auch 2,00 m erhalten, wenn wir den Durchmesser, die 20 cm und die gesuchte Entfernung a addieren. Also gilt: $10 + 30 = 20 + a = 200 - d_a$.

Somit ist a = 20 cm und in diesem Fall $d_a = 1{,}60$ m.

Ähnlich können wir im zweiten Fall die Gleichung $10 + 20 = 30 + b = 200 - d_b$ aufstellen.
Hier ergibt sich b = 0 cm (die Tischdecke berührt die vierte Kante) und $d_b = 1{,}70$ m.

Im dritten Fall gilt $20 + 30 = 10 + c = 200 - d_c$. Es folgt c = 40 cm und $d_c = 1{,}50$ m.

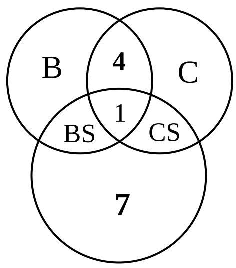
Ergebnis: Die Entfernung vom Rand der Tischdecke bis zur vierten Tischkante kann **0 cm, 20 cm oder 40 cm** betragen - der Durchmesser der Tischdecke wäre dann **1,70 m, 1,60 m bzw. 1,50 m** groß.

Aufgabe 4: (8 Punkte)

a) Laut Aufgabenstellung ist die Anzahl S am größten. S kann allerdings nicht größer als 7 sein, weil alle Gruppen unterschiedliche Anzahlen (größer als 0) haben und $8 + 1 + 2 + 3 = 14$ schon größer als 13 wäre.
Also bestehen die Gruppen aus 1; 2; 3; 4; 5; 6 bzw. 7 Kindern, und die Klasse 5a hat $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 =$ **28 Schüler**, von denen **genau 7 nur Spiele** erhalten haben.

b) Nur 3 Summen von je 4 Gruppen ergeben eine Gesamtzahl von 13:

$$7 + 1 + 2 + 3 = 6 + 1 + 2 + 4 = 5 + 1 + 3 + 4 = 13$$



Für das VENN-Diagramm folgt daraus: BCS = 1 (1 ist der einzige Summand, der bei allen drei Varianten vorkommt) und BC = 4 (4 ist der einzige Summand, der bei der Variante mit dem Summanden 7 *nicht* vorkommt, dafür aber in *beiden* anderen Varianten).

Ergebnis: Genau **4 Schüler** haben Bücher und CDs, aber keine Spiele bekommen.